

第 15 届 WMO 世界奥林匹克数学竞赛 (中国区) 选拔赛

考生须知:

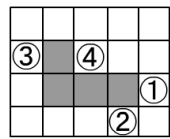
1. 每位考生将获得一份试卷。考试期间, 不得使用计算工具或手机。
2. 本卷共 120 分, 选择题每小题 4 分, 填空题每小题 5 分, 解答题共 5 小题, 共 50 分。
3. 请将答案写在本卷上。考试完毕时, 考卷及草稿纸会被收回。
4. 若计算结果是分数, 请化至最简。

九年级地方晋级赛复赛 B 卷

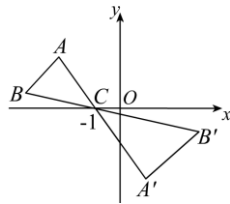
(本试卷满分 120 分, 考试时间 90 分钟)

一、选择题 (每小题 4 分, 共 40 分)

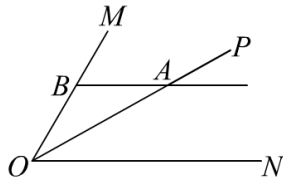
1. 将 4.31×10^{-5} 写成小数的形式, 则其小数点后第四位数字是 ()
A. 0 B. 1 C. 3 D. 4
2. 如图, 在方格纸中选择标有序号①②③④的一个小正方形涂黑, 使它与图中阴影部分组成的新图形为中心对称图形, 该小正方形的序号是 ()
A. ① B. ② C. ③ D. ④
3. 如图, $\triangle ABC$ 中, A, B 两个顶点在 x 轴的上方, 点 C 的坐标是 $(-1, 0)$. 以点 C 为位似中心, 在 x 轴的下方作 $\triangle ABC$ 的位似图形 $\triangle A'B'C$, 并把 $\triangle ABC$ 的边长放大到原来的 2 倍. 设点 A' 的对应点 A 的纵坐标是 1.5, 则点 A' 的纵坐标是 ()
A. 3 B. -3 C. -4 D. 4



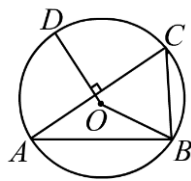
第 2 题图



第 3 题图



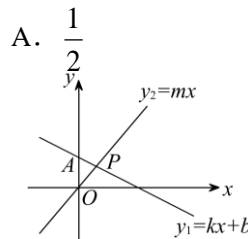
第 4 题图



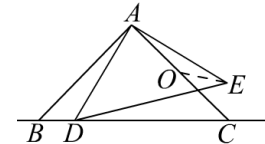
第 5 题图

4. 如图, 已知 $\angle MON=60^\circ$, OP 是 $\angle MON$ 的角平分线, 点 A 是 OP 上一点, 过点 A 作 ON 的平行线交 OM 于点 B , $AB=4$. 则直线 AB 与 ON 之间的距离是 ()
A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. $2\sqrt{3}$ D. 4
5. 如图, 圆 O 为 $\triangle ABC$ 的外接圆, 其中点 D 在弧 AC 上, 且 $OD \perp AC$, 若 $\angle A=36^\circ$, $\angle C=60^\circ$, 则 $\angle BOD$ 的度数为 ()
A. 132° B. 144° C. 156° D. 162°
6. 已知 $\frac{3x+4}{x^2-x-2} = \frac{A}{x-2} - \frac{B}{x+1}$, 其中 A, B 为常数, 则 $4A-B$ 的值为 ()
A. 7 B. 9 C. 13 D. 5
7. 如图, 直线 $y_1=kx+b$ 过点 $A(0, 2)$, 且与直线 $y_2=mx$ 交于点 $P(1, m)$, 则不等式组 $mx > kx+b > mx-2$ 的解集是 ()
A. $x > 1$ B. $0 < x < 2$ C. $0 < x < 1$ D. $1 < x < 2$

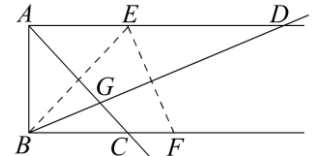
8. 如图, $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等腰直角三角形, $\angle BAC=\angle DAE=90^\circ$, $AB=AC=2$, O 为 AC 中点, 若点 D 在直线 BC 上运动, 连接 OE , 则在点 D 运动过程中, 线段 OE 的最小值是 ()
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. 1 D. $\sqrt{2}$



第 7 题图



第 8 题图

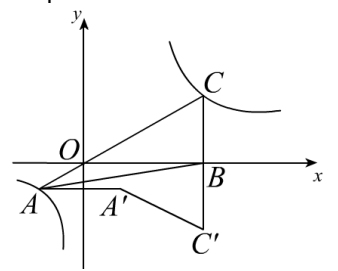


第 9 题图

9. 如图, 已知 $AD \parallel BC$, $AB \perp AD$, 点 E, F 分别在射线 AD, BC 上, 若点 E 与点 B 关于 AC 对称, 点 E 与点 F 关于 BD 对称, $AB=1$, 则 $\cos \angle AGB$ 等于 ()

- A. $\frac{\sqrt{\sqrt{3}+1}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ C. $\frac{2-\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{4}$

10. 如图, 已知在平面直角坐标系 xOy 中, O 是坐标原点, 点 A 是函数 $y=\frac{1}{x}$ ($x < 0$) 图象上一点, AO 的延长线交函数 $y=\frac{k^2}{x}$ ($x > 0$, k 是不等于 0 的常数) 的图象于点 C , 点 A 关于 y 轴的对称点为 A' , 点 C 关于 x 轴的对称点为 C' , CC' 交 x 轴于点 B , 连接 $AB, AA', A'C'$. 若 $\triangle ABC$ 的面积等于 6, 则由线段 $AC, CC', C'A', A'A$ 所围成的图形的面积等于 ()



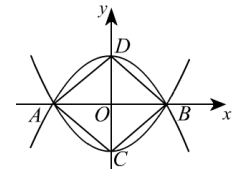
- A. 8 B. 10 C. $3\sqrt{10}$ D. $4\sqrt{6}$

二、填空题 (每小题 5 分, 共 30 分)

11. 若 $2^m=3$, $4^n=8$, 则 2^{m-2n} 的值是_____.
12. 如图, 将边长为 2 的正方形 $ABCD$ 沿直线 l 按顺时针方向翻滚, 当正方形翻滚一周时, 正方形的中心 O 所经过的路径长为_____.



第 12 题图

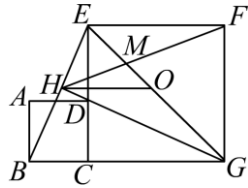


第 13 题图

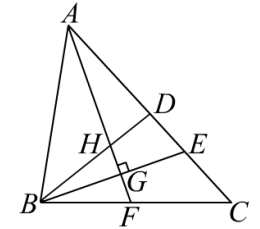
13. 如图, 抛物线 $y=ax^2-4$ 和 $y=-ax^2+4$ 都经过 x 轴上的 A, B 两点, 两条抛物线的顶点分别为 C, D . 当四边形 $ACBD$ 的面积为 40 时, a 的值为_____.
14. m, n 是两个连续自然数, 且 $q=mn$, $p=\sqrt{q+n}+\sqrt{q-m}$, 则 p 的值是_____。(填“奇数”、“偶数”或“奇偶都可以”)
15. 甲、乙、丙三个箱子原本各装有相同数量的小球, 已知甲箱内的红球占甲箱内小球总数的 $\frac{1}{4}$, 乙箱内没有红球, 丙箱内的红球占丙箱内小球总数的 $\frac{7}{12}$. 小荣将乙、丙两箱内的球全部倒入甲箱后, 要从甲箱内取出一球, 若甲箱内每个球被取出的机会相等, 则小荣取出的球是红球的概率为_____.

考场
联系电话
准考证号
学校
父母姓名
年级
姓名
赛区

16. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边 CD 在正方形 $ECGF$ 的边 CE 上, O 是 EG 的中点, $\angle EGC$ 的平分线 GH 过点 D , 交 BE 于点 H , 连接 OH, FH, EG 与 FH 交于点 M , 对于下面三个结论: ① $GH \perp BE$; ② $S_{\text{正方形 } ABCD} : S_{\text{正方形 } ECGF} = 1 : \sqrt{2}$; ③ $EM : MG = 1 : (1 + \sqrt{2})$, 其中正确结论的序号为_____.



- (2) 若 $AB=BC$, $\cos \angle BCA = \frac{3}{5}$, $DE=4$, 求 HD 的长. (6分)



三、解答题 (共 5 小题, 共 50 分)

17. 请分别用配方法和因式分解法解方程: $6x^2 + 7x - 3 = 0$. (8分)

配方法:

因式分解法:

18. 已知 a, b, c, d 四个数成比例, 且 a, d 为外项. 试说明点 (a, b) , (c, d) 和坐标原点 $O(0, 0)$ 在同一条直线上. (9分)

19. 如果有理数 m 可以表示成 $2x^2 - 6xy + 5y^2$ (其中 x, y 是任意有理数) 的形式, 我们就称 m 为“世博数”. 证明: 两个“世博数” a, b ($b \neq 0$) 之商也是“世博数”. (10分)

20. 如图, $\triangle ABC$ 中, BD 为 AC 边上的中线, BE 平分 $\angle CBD$, $AF \perp BE$, 分别交 BC, BE, BD 于 F, G, H .

(1) 求证: $CF=2DH$; (4分)

21. 在平面直角坐标系中, 以 $D(-4, \sqrt{7})$ 为圆心的 $\odot D$ 与 y 轴相切于点 Q , 与 x 轴交于 A, B 两点, 其中点 B 坐标为 $(-1, 0)$. 以 CD 为对称轴的抛物线与 $\odot D$ 交于 A, B 两点, 点 C 坐标为 $(-4, 9)$, CD 与 x 轴交于点 H .

(1) 求抛物线和直线 AC 的解析式; (3分)

(2) P 为直线 AC 上方抛物线上一点, 当 $S_{\triangle APC} = \frac{2}{9} S_{\triangle AHC}$ 时, 求点 P 坐标; (4分)

(3) $PM \perp AC$ 于点 M , $PE \perp x$ 轴于点 E 且与 AC 交于点 N , $\triangle PMN$ 的周长为 l , 求 l 的最大值. (6分)

